

CUADERNILLO DE PROBLEMAS RESUELTOS

Pruebas de hipótesis para una muestra
Estadística para la Administración

10

**casos administrativos
resueltos paso a paso**

4

**modalidades: media Z, media t,
proporción y varianza**

10

**gráficas con regiones de rechazo,
valores críticos y estadísticos**

Material de apoyo para Licenciatura en Administración ·
Septiembre de 2026

Cómo usar este cuadernillo

El propósito es traducir una pregunta administrativa en una decisión estadística. En todos los ejercicios se emplea el enfoque de cinco pasos: formular hipótesis, fijar el criterio, calcular el error estándar o la variabilidad de referencia, obtener el estadístico y decidir con el valor crítico y el valor p.

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

Aplicar pruebas de hipótesis para una sola media, proporción o varianza; interpretar el resultado en el contexto de una decisión administrativa; y reconocer visualmente la región de rechazo.

Mapa de selección de la prueba

Parámetro	Condición	Estadístico
Media	sigma conocida	$z = (\bar{x} - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n})$
Media	sigma desconocida; población normal o muestra adecuada	$t = (\bar{x} - \mu_0) / (s / \sqrt{n}); \text{gl} = n - 1$
Proporción	$n p_0$ y $n(1-p_0)$ suficientemente grandes	$z = (\hat{p} - p_0) / \sqrt{p_0(1-p_0)/n}$
Varianza	población aproximadamente normal	$\chi^2 = (n - 1)s^2 / \sigma_0^2; \text{gl} = n - 1$

Claves para interpretar

1. Cola derecha: H_1 contiene $>$. Cola izquierda: H_1 contiene $<$. Dos colas: H_1 contiene $\neq$.
2. Valor p: si $p \leq \alpha$, se rechaza H_0 . Si $p > \alpha$, no se rechaza H_0 .
3. No rechazar H_0 no significa demostrar que H_0 sea verdadera; significa que la evidencia muestral no es suficiente.
4. Significancia estadística no sustituye la importancia práctica: una decisión también debe considerar costos, riesgos y tamaño del efecto.

Contenido

1. Ventas diarias (Z derecha) · 2. Tiempo de atención (Z izquierda) · 3. Contenido del producto (Z bilateral) · 4. Ticket promedio (t derecha) · 5. Tiempo de procesamiento (t bilateral) · 6. Conversión digital (proporción derecha) · 7. Entregas puntuales (proporción izquierda) · 8. Devoluciones (proporción bilateral) · 9. Variabilidad de demanda (chi-cuadrada derecha) · 10. Consistencia operativa (chi-cuadrada bilateral).

PROBLEMA 1

Media con sigma conocida - prueba Z, cola derecha

¿Aumentaron las ventas diarias de la sucursal?

Una sucursal tenía como referencia ventas promedio de \$75,000 diarios. La dirección desea saber si una campaña elevó el promedio. Se conoce una desviación poblacional de \$10,000; durante 100 días se obtuvo una media de \$77,200. Use un nivel de significancia de 5%.

mu0	\$75,000	sigma	\$10,000
n	100 días	$\bar{x}$	\$77,200

Paso 1. Formular las hipótesis

$H_0: \mu = 75,000$. $H_1: \mu > 75,000$. La afirmación que se desea demostrar determina una prueba de cola derecha.

Paso 2. Fijar el criterio

$\alpha = 0.05$. El valor crítico es $z_{0.95} = 1.645$. Se rechaza H_0 cuando $z > 1.645$.

Paso 3. Calcular el error estándar

$EE = \sigma / \sqrt{n} = 10,000 / \sqrt{100} = \$1,000.00$.

Paso 4. Calcular el estadístico y el valor p

$z = (\bar{x} - \mu_0) / EE = (77,200 - 75,000) / 1,000 = 2.200$. Valor $p = P(Z > 2.200) = 0.0139$.

Paso 5. Tomar la decisión

Como $z = 2.200 > 1.645$ y $p = 0.0139 < 0.05$, el resultado cae en la región de rechazo.

SE RECHAZA H_0

Existe evidencia estadística, al 5%, de que las ventas promedio superan \$75,000 diarios.

Interpretación administrativa: la campaña parece haber incrementado las ventas; conviene evaluar también su rentabilidad antes de ampliarla.



PROBLEMA 2

Media con sigma conocida - prueba Z, cola izquierda

¿Disminuyó el tiempo de atención al cliente?

Un centro de atención registra históricamente 8 minutos por cliente. Después de capacitar al personal, se analiza una muestra de 64 atenciones con media de 7.55 minutos. La desviación poblacional es 1.6 minutos. ¿Puede afirmarse una reducción usando $\alpha = 0.01$?

mu0	8.00 min	sigma	1.60 min
n	64 clientes	$\bar{x}$	7.55 min

Paso 1. Formular las hipótesis

$H_0: \mu = 8$. $H_1: \mu < 8$. Es una prueba de cola izquierda porque se busca una disminución.

Paso 2. Fijar el criterio

$\alpha = 0.01$. El valor crítico es $z_{0.01} = -2.326$. Se rechaza H_0 si $z < -2.326$.

Paso 3. Calcular el error estándar

$EE = 1.6 / \sqrt{64} = 0.20$ minutos.

Paso 4. Calcular el estadístico y el valor p

$z = (7.55 - 8.00) / 0.20 = -2.250$. Valor $p = P(Z < -2.250) = 0.0122$.

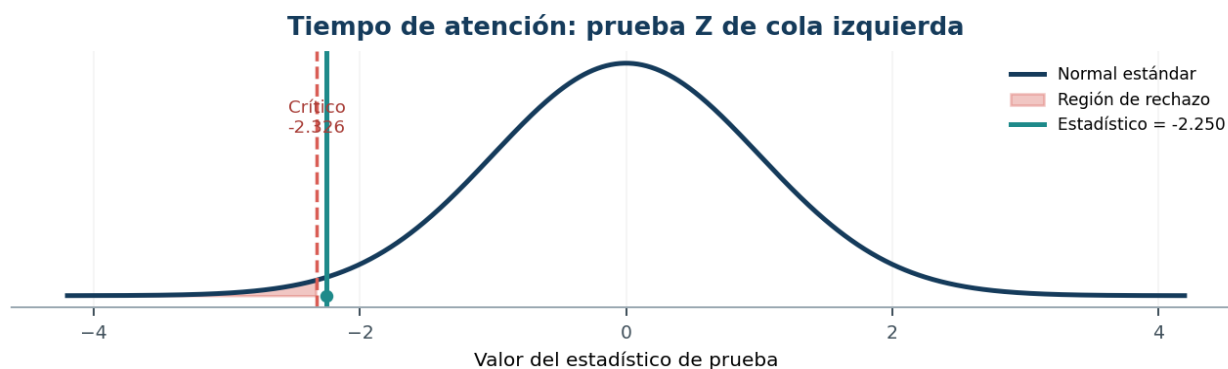
Paso 5. Tomar la decisión

Aunque la media muestral es menor, $z = -2.250$ no rebasa el crítico -2.326 ; además, $p = 0.0122 > 0.01$.

NO SE RECHAZA H_0

Con un criterio estricto de 1%, la muestra no aporta evidencia suficiente para confirmar que el tiempo promedio disminuyó.

Interpretación administrativa: no se concluye que la capacitación sea ineficaz; se requiere más evidencia o una muestra mayor.



El estadístico queda a la derecha del valor crítico, fuera de la región roja de rechazo.

PROBLEMA 3

Media con sigma conocida - prueba Z, dos colas

¿La máquina envasa fuera del contenido objetivo?

Una empresa fija en 500 g el contenido promedio de sus paquetes. La desviación poblacional del proceso es 8 g. En una muestra aleatoria de 49 paquetes, el promedio fue 496.5 g. Determine si la máquina está desajustada con $\alpha = 0.05$.

mu0	500 g	sigma	8 g
n	49 paquetes	$\bar{x}$	496.5 g

Paso 1. Formular las hipótesis

$H_0: \mu = 500$. $H_1: \mu \neq 500$. Cualquier desviación, por arriba o por abajo, es relevante: prueba bilateral.

Paso 2. Fijar el criterio

$\alpha = 0.05$, repartido en 0.025 por cola. Valores críticos: -1.960 y 1.960.

Paso 3. Calcular el error estándar

$EE = 8 / \sqrt{49} = 1.1429$ g.

Paso 4. Calcular el estadístico y el valor p

$z = (496.5 - 500) / 1.1429 = -3.0625$. Valor p bilateral = 0.0022.

Paso 5. Tomar la decisión

$|z| = 3.0625 > 1.960$ y $p = 0.0022 < 0.05$; el estadístico cae en la cola izquierda de rechazo.

SE RECHAZA H_0

Existe evidencia de que el contenido medio es diferente de 500 g.

Interpretación administrativa: la media observada indica subllenado; se recomienda detener, calibrar y revisar el costo y el cumplimiento normativo.



En una prueba bilateral, basta con que el estadístico rebase uno de los dos valores críticos.

PROBLEMA 4

Media con sigma desconocida - prueba t, cola derecha

¿La estrategia elevó el ticket promedio?

El ticket promedio de una tienda era \$420. Después de una estrategia de venta cruzada, una muestra de 25 compras produjo una media de \$438 y una desviación muestral de \$40. Pruebe si el ticket aumentó con $\alpha = 0.05$.

mu0	\$420	s	\$40
n	25 compras	$\bar{x}$	\$438

Paso 1. Formular las hipótesis

$H_0: \mu = 420$. $H_1: \mu > 420$. Como sigma es desconocida y la muestra es pequeña, se usa t de Student.

Paso 2. Fijar el criterio

$gl = n - 1 = 24$; $\alpha = 0.05$. Valor crítico $t_{0.95,24} = 1.711$.

Paso 3. Calcular el error estándar

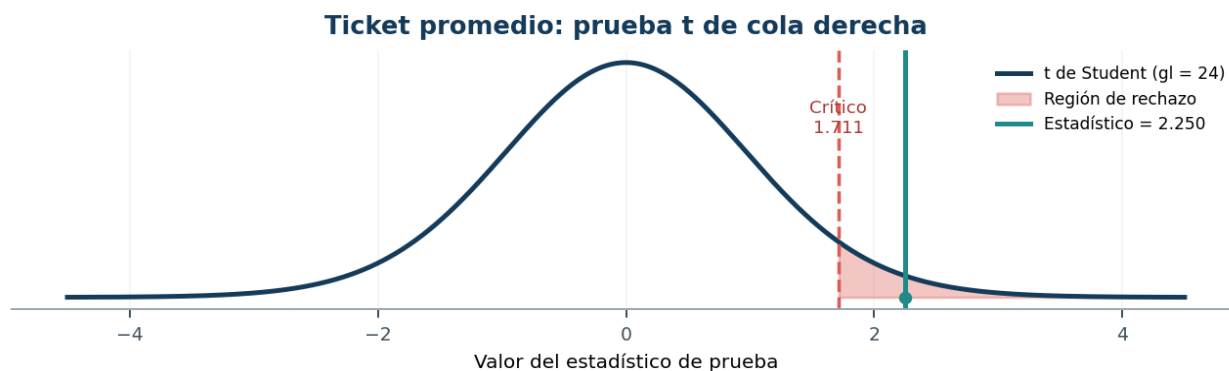
$EE = s / \sqrt{n} = 40 / \sqrt{25} = \8.00 .

Paso 4. Calcular el estadístico y el valor p

$t = (438 - 420) / 8 = 2.250$. Valor p = $P(T_{24} > 2.250) = 0.0169$.

Paso 5. Tomar la decisión

$t = 2.250 > 1.711$ y $p = 0.0169 < 0.05$.

SE RECHAZA H_0 **Al 5%, existe evidencia de que el ticket promedio supera \$420.****Interpretación administrativa: la venta cruzada muestra un aumento estadísticamente significativo; debe contrastarse con el margen y el costo de implementación.**

La t observada se encuentra a la derecha del punto crítico para 24 grados de libertad.

PROBLEMA 5

Media con sigma desconocida - prueba t, dos colas

¿Cambió el tiempo de procesamiento de pedidos?

El tiempo de procesamiento de pedidos se estableció en 35 minutos. Tras rediseñar el procedimiento, 16 pedidos tuvieron una media de 32.8 minutos y desviación muestral de 4.8 minutos. Determine si el tiempo cambió con $\alpha = 0.05$.

μ_0	35 min	s	4.8 min
n	16 pedidos	$\bar{x}$	32.8 min

Paso 1. Formular las hipótesis

$H_0: \mu = 35$. $H_1: \mu \neq 35$. Se usa una prueba t bilateral con $gl = 15$.

Paso 2. Fijar el criterio

$\alpha = 0.05$. Valores críticos: -2.131 y 2.131. Se rechaza si $|t| > 2.131$.

Paso 3. Calcular el error estándar

$EE = 4.8 / \sqrt{16} = 1.20$ minutos.

Paso 4. Calcular el estadístico y el valor p

$t = (32.8 - 35) / 1.2 = -1.8333$. Valor p bilateral = 0.0867.

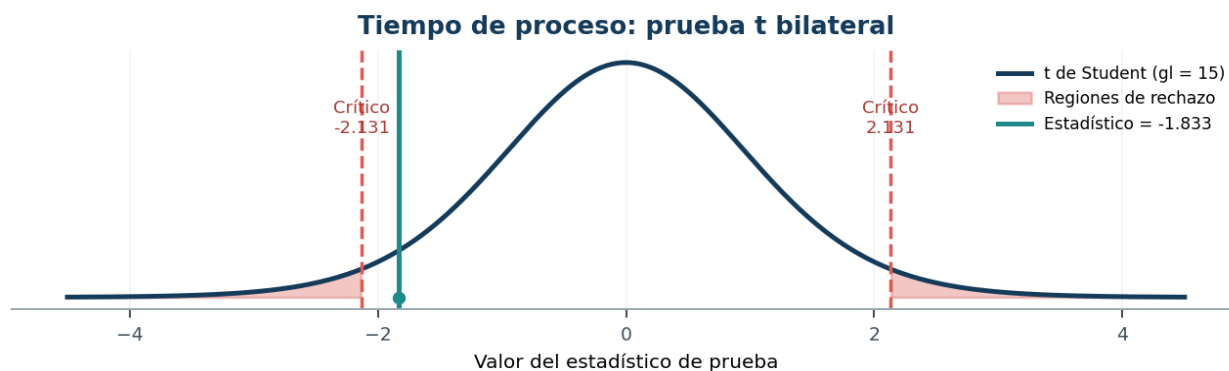
Paso 5. Tomar la decisión

$|t| = 1.8333 < 2.131$ y $p = 0.0867 > 0.05$.

NO SE RECHAZA H_0

No se dispone de evidencia suficiente para afirmar que el tiempo promedio cambió.

Interpretación administrativa: la disminución muestral puede deberse a variación aleatoria; conviene reunir más observaciones antes de estandarizar el nuevo procedimiento.



PROBLEMA 6

Una proporción - prueba Z, cola derecha

¿La nueva página elevó la tasa de conversión?

La tasa histórica de conversión de una tienda en línea es 12%. En 500 visitas posteriores al rediseño se registraron 75 compras. ¿La conversión aumentó? Use $\alpha = 0.05$.

p0	0.12	n	500 visitas
x	75 compras	p̂	75/500 = 0.150

Paso 1. Formular las hipótesis

$H_0: p = 0.12$. $H_1: p > 0.12$. Se contrasta una sola proporción con cola derecha.

Paso 2. Verificar y fijar el criterio

$n p_0 = 60.0$ y $n(1-p_0) = 440.0$, ambos mayores que 5. Con $\alpha = 0.05$, z crítico = 1.645.

Paso 3. Calcular el error estándar bajo H_0

$EE = \sqrt{p_0(1-p_0)/n} = \sqrt{(0.12)(0.88)/500} = 0.01453$.

Paso 4. Calcular el estadístico y el valor p

$z = (0.150 - 0.120) / 0.01453 = 2.0643$. Valor $p = 0.0195$.

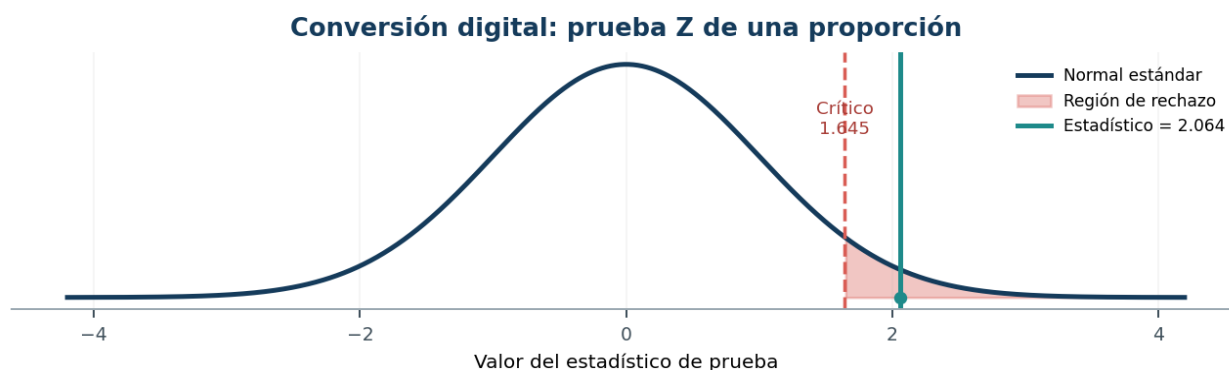
Paso 5. Tomar la decisión

$z = 2.0643 > 1.645$ y $p = 0.0195 < 0.05$.

SE RECHAZA H_0

Existe evidencia de que la tasa de conversión es mayor que 12%.

Interpretación administrativa: el rediseño se asocia con una mejora; para decidir su permanencia deben revisarse ingresos, margen y calidad del tráfico.



La aproximación normal ubica el estadístico dentro de la región de rechazo de cola derecha.

PROBLEMA 7

Una proporción - prueba Z, cola izquierda

¿Deterioró el porcentaje de entregas puntuales?

Una empresa logística debe mantener 92% de entregas puntuales. En una revisión de 250 envíos, 220 llegaron a tiempo. Determine si el desempeño cayó por debajo del estándar con $\alpha = 0.05$.

p0	0.92	n	250 envíos
x	220 puntuales	p̂	220/250 = 0.880

Paso 1. Formular las hipótesis

$H_0: p = 0.92$. $H_1: p < 0.92$. La posible caída conduce a una prueba de cola izquierda.

Paso 2. Verificar y fijar el criterio

$n p_0 = 230$ y $n(1-p_0) = 20$. Con $\alpha = 0.05$, z crítico = -1.645.

Paso 3. Calcular el error estándar bajo H_0

$EE = \sqrt{(0.92)(0.08)/250} = 0.01716$.

Paso 4. Calcular el estadístico y el valor p

$z = (0.880 - 0.920) / 0.01716 = -2.3313$. Valor p = 0.0099.

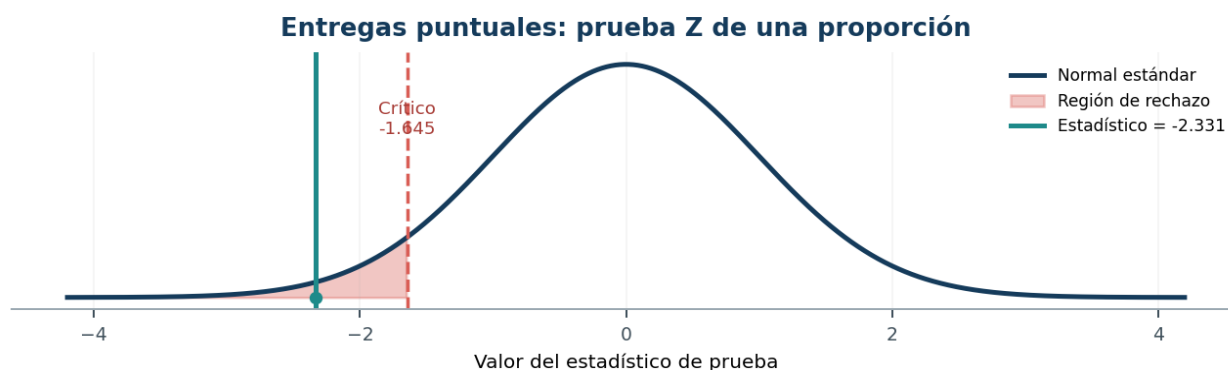
Paso 5. Tomar la decisión

$z = -2.3313 < -1.645$ y $p = 0.0099 < 0.05$.

SE RECHAZA H_0

Existe evidencia de que la puntualidad se encuentra por debajo del 92% establecido.

Interpretación administrativa: la empresa debe analizar rutas, capacidad, transportistas y causas de demora, además de estimar el impacto en clientes.



PROBLEMA 8

Una proporción - prueba Z, dos colas

¿Cambió la proporción de devoluciones?

La proporción histórica de devoluciones es 6%. Durante un trimestre se revisaron 400 ventas y 32 fueron devueltas. La gerencia desea detectar cualquier cambio, aumento o disminución. Use $\alpha = 0.05$.

p0	0.06	n	400 ventas
x	32 devoluciones	p̂	32/400 = 0.080

Paso 1. Formular las hipótesis

$H_0: p = 0.06$. $H_1: p \neq 0.06$. La pregunta plantea una prueba bilateral.

Paso 2. Verificar y fijar el criterio

$n p_0 = 24$ y $n(1-p_0) = 376$. Valores críticos: -1.960 y 1.960.

Paso 3. Calcular el error estándar bajo H_0

$EE = \sqrt{(0.06)(0.94)/400} = 0.01187$.

Paso 4. Calcular el estadístico y el valor p

$z = (0.080 - 0.060) / 0.01187 = 1.6843$. Valor p bilateral = 0.0921.

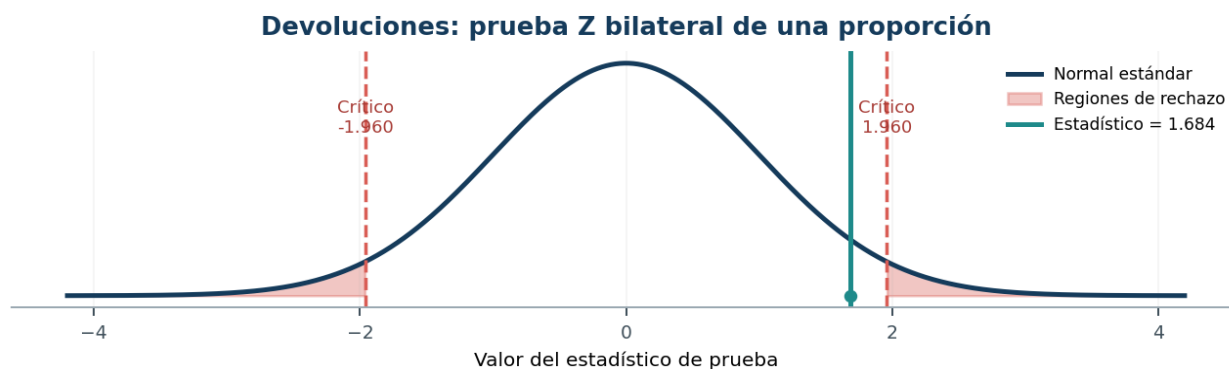
Paso 5. Tomar la decisión

$|z| = 1.6843 < 1.960$ y $p = 0.0921 > 0.05$.

NO SE RECHAZA H_0

No existe evidencia suficiente, al 5%, para concluir que la proporción de devoluciones cambió.

Interpretación administrativa: el 8% observado merece vigilancia, pero la muestra no permite declarar aún un cambio estadísticamente significativo.



El estadístico se mantiene entre -1.960 y 1.960, fuera de las dos regiones de rechazo.

PROBLEMA 9

Una varianza - prueba chi-cuadrada, cola derecha

¿Aumentó la variabilidad de la demanda mensual?

Para planear inventarios, una empresa considera aceptable una desviación estándar de demanda de 15 unidades. Una muestra normal de 20 meses arroja una desviación estándar de 20 unidades. ¿La varianza supera 225 unidades²? Use $\alpha = 0.05$.

sigma0	15 unidades	sigma0²	225 unidades ²
n	20 meses	s	20 unidades

Paso 1. Formular las hipótesis

$H_0: \sigma^2 = 225$. $H_1: \sigma^2 > 225$. La prueba supone que la población es aproximadamente normal.

Paso 2. Fijar el criterio

$gl = n - 1 = 19$; $\alpha = 0.05$. Valor crítico $\chi^2_{0.95,19} = 30.144$.

Paso 3. Calcular la varianza muestral

$s^2 = 20^2 = 400$ unidades².

Paso 4. Calcular el estadístico y el valor p

$\chi^2 = (n-1)s^2 / \sigma_0^2 = (19)(400) / 225 = 33.7778$. Valor $p = 0.0195$.

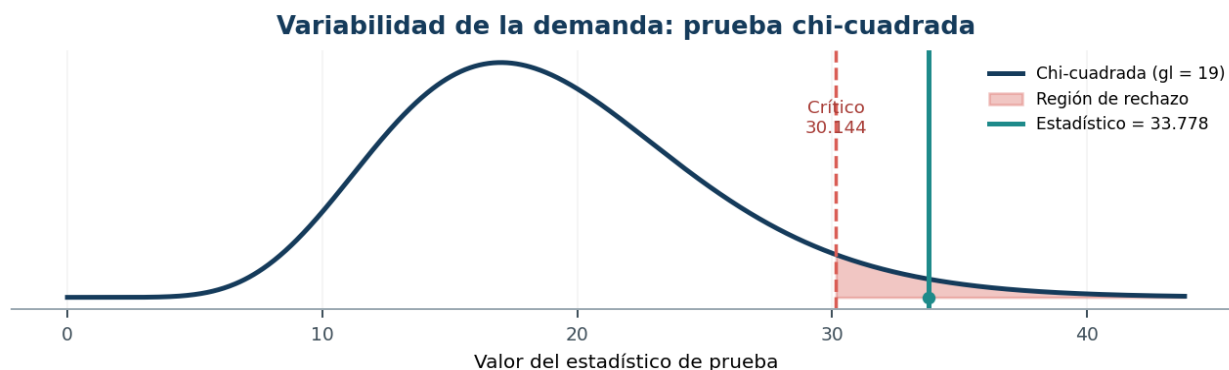
Paso 5. Tomar la decisión

$\chi^2 = 33.7778 > 30.144$ y $p = 0.0195 < 0.05$.

SE RECHAZA H_0

Existe evidencia de que la varianza de la demanda supera 225 unidades².

Interpretación administrativa: el inventario enfrenta mayor incertidumbre; deben revisarse el stock de seguridad y las causas del cambio, sin confundir variabilidad con aumento de la media.



PROBLEMA 10

Una varianza - prueba chi-cuadrada, dos colas

¿Cambió la variabilidad del tiempo de preparación?

El tiempo de preparación de pedidos tenía una desviación estándar de 3 minutos. Con un nuevo sistema se toma una muestra normal de 30 pedidos y se obtiene $s = 4$ minutos. Determine si la variabilidad cambió con $\alpha = 0.05$.

sigma0	3 min	sigma0²	9 min ²
n	30 pedidos	s	4 min

Paso 1. Formular las hipótesis

$H_0: \sigma^2 = 9$. $H_1: \sigma^2 \neq 9$. Al interesar cualquier cambio, se usa una prueba bilateral.

Paso 2. Fijar el criterio

$gl = 29$; $\alpha/2 = 0.025$. Valores críticos $\chi^2 = 16.047$ y 45.722 .

Paso 3. Calcular la varianza muestral

$s^2 = 4^2 = 16 \text{ min}^2$.

Paso 4. Calcular el estadístico y el valor p

$\chi^2 = (29)(16) / 9 = 51.5556$. Valor p bilateral = 0.0122.

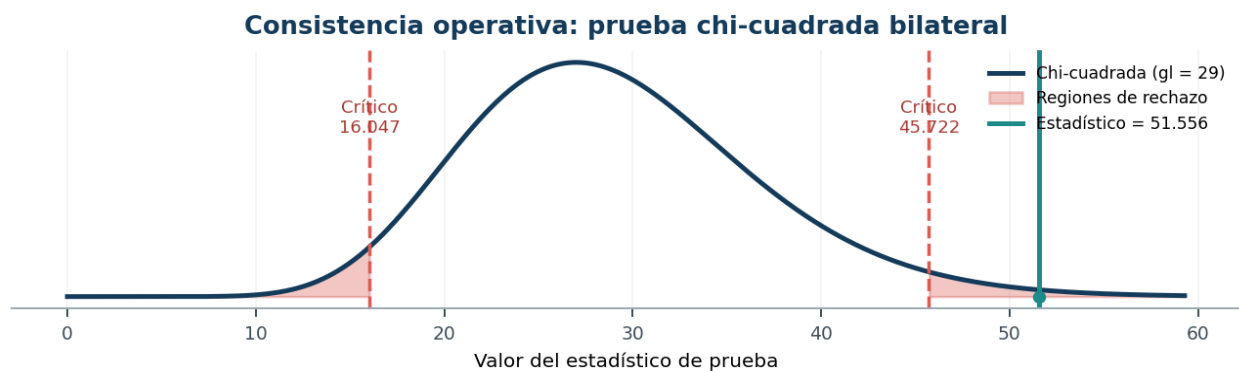
Paso 5. Tomar la decisión

$\chi^2 = 51.5556 > 45.722$ y $p = 0.0122 < 0.05$; se entra en la cola derecha.

SE RECHAZA H_0

Existe evidencia de que la varianza del tiempo de preparación cambió respecto a 9 min^2 .

Interpretación administrativa: los datos señalan mayor dispersión; el promedio podría mantenerse y aun así existir menor consistencia operativa.



Las colas no son simétricas en chi-cuadrada; el valor observado rebasa el crítico superior.

Resumen de resultados

La tabla permite comparar rápidamente el tipo de prueba, la posición del estadístico y la decisión alcanzada. Los valores se redondean a cuatro decimales cuando es necesario.

No .	Contexto	Prueba	Estadístico	Valor p	Decisión
1	Ventas	Z derecha	2.2000	0.0139	Rechazar H0
2	Atención	Z izquierda	-2.2500	0.0122	No rechazar H0
3	Contenido	Z bilateral	-3.0625	0.0022	Rechazar H0
4	Ticket	t derecha	2.2500	0.0169	Rechazar H0
5	Proceso	t bilateral	-1.8333	0.0866	No rechazar H0
6	Conversión	Z proporción	2.0643	0.0195	Rechazar H0
7	Puntualidad	Z proporción	-2.3313	0.0099	Rechazar H0
8	Devoluciones	Z proporción	1.6843	0.0921	No rechazar H0
9	Demanda	Chi-cuadrada	33.7778	0.0195	Rechazar H0
10	Consistencia	Chi-cuadrada	51.5556	0.0122	Rechazar H0

Lista de comprobación para resolver un nuevo caso

- ☐ Identifiqué el parámetro: media, proporción o varianza.
- ☐ Escribí H0 con igualdad y elegí correctamente la dirección de H1.
- ☐ Verifiqué las condiciones y seleccioné Z, t o chi-cuadrada.
- ☐ Usé alpha para ubicar uno o dos valores críticos.
- ☐ Calculé el estadístico con los datos y el valor de H0.
- ☐ Comparé el valor p con alpha y redacté la decisión sin afirmar que H0 quedó probada.
- ☐ Tradují la conclusión a una recomendación administrativa prudente.

Nota didáctica: los cálculos usan la distribución continua correspondiente y redondeo final. En la práctica profesional conviene acompañar la prueba con un intervalo de confianza y una medida de efecto.